

ΙΣΤΟΡΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Ι
Αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά - Στοιχεία Ευκλείδη
Σεπτέμβριος 2005

Θέμα 1. (α) Αναφέρατε τη συμβολή του Θαλή στην ανάπτυξη της γεωμετρίας.
(β) Ποιές προτάσεις των *Στοιχείων* του Ευκλείδη πιστώνει στον Θαλή ο Πρόκλος;
(γ) Διατυπώστε, αποδείξτε και σχολιάστε δύο προτάσεις των *Στοιχείων* που πιστώνονται στον Θαλή.

Θέμα 2. (α) Αποδείξτε, όπως στα *Στοιχεία* του Ευκλείδη, την εξής πρόταση : Αν δύο ευθείες τέμνονται από ευθεία, ώστε οι εναλλάξ γωνίες να γίνουν ίσες μεταξύ τους, τότε οι δύο ευθείες είναι παράλληλες μεταξύ τους.
(β) Πώς συσχετίζεται η προαναφερόμενη πρόταση με το αίτημα της παραλληλίας;
(γ) Περιγράψτε την ατελή χρήση της μαθηματικής επαγωγής στα *Στοιχεία* του Ευκλείδη, δίδοντας και παραδείγματα μερικών προτάσεων.

Θέμα 3. (α) Δώστε προσεκτικά τον ορισμό της αναλογίας, δηλαδή της ισότητας δύο λόγων αριθμών, όπως αυτός αναφέρεται στα *Στοιχεία* του Ευκλείδη. Εξετάστε τον ρόλο της ανθυφαίρεσης στον ορισμό αυτό αναφέροντας τις σχετικές προτάσεις των *Στοιχείων*.

(β) Σύμφωνα με τους ορισμούς των *Στοιχείων* του Ευκλείδη, πότε ένας αριθμός καταμετρεί έναν άλλο αριθμό και πότε διαιρεί έναν άλλο αριθμό; Αποδείξτε, όπως στα *Στοιχεία* του Ευκλείδη, ότι αν ένας αριθμός καταμετρείται από ένα αριθμό, τότε διαιρείται από αυτόν.

Απαντήστε και στα τρία θέματα.

Καλή επιτυχία!

ΘΕΜΑ 1 (α) Κανοντας χρηστη ιδιοτητων του "αρτιου" και του "περιττου", τις οποίες και θα αναφέρετε, να αποδείξετε ότι ο λόγος της διαμέτρου προς την ημίμετρα ενός τετραγώνου δεν μπορεί να είναι λόγος αριθμών.

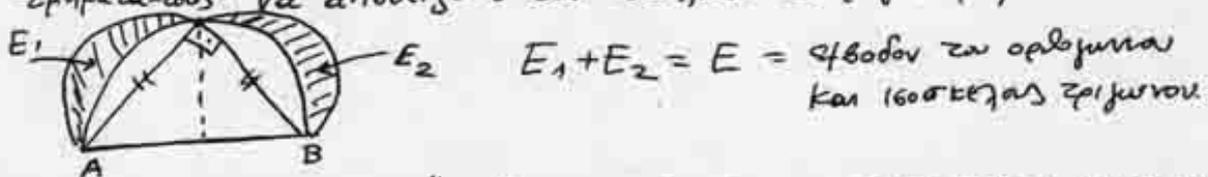
(β) Στα πλαίσια της "έφαρμογης των σχημάτων" και κανοντας χρήση "γεωμετρικών" να αποδείξετε και να αποδείξετε την "ταυτότητα" $(w-e)(w+e) = w^2 - e^2$.
Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας ανθυφαρμακτικές διαδικασίες να δώσετε μια απόδειξη της αερισότητας του $\sqrt{3}$.

ΘΕΜΑ 2 Στο πρόβλημα του διαλαβιάστου του κύβου:

- (α) Να εξηγήσετε την αναγωγή του προβλήματος στην κατασκευή δύο μέσων αναλογιών σε συνεχή αναλογία και κατοίον να διαπραγματευθείτε τη λύση που συνδέεται με τον Μέναιχο.
- (β) Να δώσετε μια μηχανική λύση του προβλήματος με μεθόδους "νεύσης". Είναι οι "λύσεις" από τα (α) και (β) "αποδεκτές"; Σχολιαστείτε σύντομα.

ΘΕΜΑ 3 Το όνομα του Ιπποκράτη του Χίου συνδέεται και με τετραγωνιστούς μήνικων.

(α) Δεχόμενοι ότι: "τα τετράγωνα των διαμέτρων σχηματίζουν ίδιο λόγο με τους κύκλους" (Προταγή VII.2) και ότι: "δύο κύκλοι έχουν τον ίδιο λόγο όπως τα ορθογώνια τμήματά τους" να αποδείξετε τον ακόλουθο τετραγωνιστό μήνικων:



(β) Να εξηγήσετε πως η "λύση" ενός προβλήματος τετραγωνιστού μήνικων που σχηματίζονται σε ένα κανονικό εξάγωνο, θα οδηγούσε στον "τετραγωνιστό" του κύκλου.

ΘΕΜΑ 4 Ακολουθώντας τα επισημασμένα και τη βίρα παρουσίασης του πρώτου βιβλίου των Στοιχείων του Ευκλείδη:

(α) Να γίνει η ακόλουθη κατασκευή: «Επιδοθέντος βμήνου, να τοποθετηθεί 'επιθυμητό τμήμα' 160 προς δόθεν» (Προταγή I.3)

(β) Να διαχωρίσει και να αποδείξει το Πυθαγόρειο Θεώρημα (Προταγή I.47).

Να απαντήσει στα θέματα 1 και 4 ή ένα από τα θέματα 2 ή 3